

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

8

**Ediția a IV-a,
revizuită**

**ÎNVĂTARE DE INITIERE®
sustinere, remediere**



TESTE DE EVALUARE INITIALA 5

ALGEBRA
CAPITOLUL I. INTERVALE DE NUMERE REALE. INECUAȚII ÎN \mathbb{R}

Lecția 1. Mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor	8
Lecția 2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor	11
Lecția 3. Operații cu intervale de numere reale	15
Lecția 4. Inecuații de forma $ax + b > 0$ ($\geq, <, \leq$), $x, a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$	19
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	25
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	27

CAPITOLUL II. CALCUL ALGEBRIC ÎN \mathbb{R}

Lecția 5. Numere reale reprezentate prin litere. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere	29
Lecția 6. Înmulțirea numerelor reale reprezentate prin litere	34
Lecția 7. Împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere	38
Lecția 8. Ridicarea la putere cu exponent natural a numerelor reale reprezentate prin litere	42
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	44
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	46
Lecția 9. Formule de calcul prescurtat	48
Lecția 10. Descompunerea în factori	54
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	58
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	59
<i>Probleme din realitatea cotidiană</i>	61
Lecția 11. Fracții algebrice	63
Lecția 12. Amplificarea fracțiilor algebrice	66
Lecția 13. Simplificarea fracțiilor algebrice	70
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	74
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	75

GEOMETRIE
CAPITOLUL I. ELEMENTE ALE GEOMETRIEI ÎN SPAȚIU

Lecția 1. Puncte, drepte, plane: convenții de notare, reprezentări, determinarea dreptei	77
Lecția 2. Determinarea planului. Relații între puncte, drepte și plane	80
Lecția 3. Tetraedrul și piramida	84
Lecția 4. Prisma	89
Lecția 5. Cilindrul circular drept. Conul circular drept	95
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	101
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	102
Lecția 6. Pozițiile relative a două drepte în spațiu. Drepte paralele	104
Lecția 7. Unghiul a două drepte în spațiu	107
Lecția 8. Pozițiile relative ale unei drepte față de un plan. Dreaptă paralelă cu un plan	112
Lecția 9. Dreaptă perpendiculară pe un plan. Distanța de la un punct la un plan	116
Lecția 10. Înălțimea piramidei. Apotema piramidei	121
Lecția 11. Înălțimea conului circular drept	126

Respect pentru portofoliul elevului	
Teste de evaluare sumativă	130
Fișă pentru portofoliul elevului	132
Lecția 12. Pozițiile relative a două plane. Plane paralele	134
Lecția 13. Distanța dintre două plane paralele. Înălțimea prismei. Înălțimea cilindrului circular drept	138
Lecția 14. Secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate	143
Lecția 15. Trunchiul de piramidă regulată	147
Lecția 16. Trunchiul de con circular drept	152
Teste de evaluare sumativă	157
Fișă pentru portofoliul elevului	159
Probleme din realitatea cotidiană	161
MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL I	165
MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ	168
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	176

INTERVALE DE NUMERE REALE. INECUAȚII ÎN \mathbb{R} 

Lecția 1. Mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor



Citesc și rețin

În clasa a VI-a, la capitolul „Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale” am învățat că o mulțime poate fi definită printr-o proprietate a elementelor acesteia.

Exemplu: $A = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 5\}$. Citim „Mulțimea A este formată din numerele naturale nenule n cu proprietatea $n < 5$ ”.



Cum se aplică?

1. Enumerați elementele mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 35 : x\}$ și precizați cardinalul acesteia.

Soluție:

Divizorii întregi ai lui 35 sunt $\pm 1, \pm 5, \pm 7, \pm 35$, prin urmare $A = \{-35, -7, -5, -1, 1, 5, 7, 35\}$ și $\text{card } A = 8$.

2. Scrieți mulțimea $P = \{2, 3, 5, 7\}$, folosind o proprietate a elementelor acesteia.

Soluție:

Observăm că elementele mulțimii P sunt numerele naturale prime de o cifră, prin urmare mulțimea P se scrie $P = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ este număr prim de o cifră}\}$.

3. Se consideră mulțimile $E = \{n \in \mathbb{N} \mid 2^n < 5^2\}$ și $F = \{a \mid \overline{6a2} : 3\}$. Efectuați:

$$\text{a) } E \cup F; \quad \text{b) } E \cap F; \quad \text{c) } E \setminus F; \quad \text{d) } F \setminus E.$$

Soluție:

Mai întâi enumerăm elementele mulțimilor E și F . Elementele mulțimii E îndeplinesc condiția $2^n < 5^2$ sau $2^n < 25$, prin urmare $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Elementele mulțimii F îndeplinesc condiția $\overline{6a2} : 3$, deci $3 \mid 6 + a + 2$ sau $3 \mid 8 + a$, de unde rezultă că $F = \{1, 4, 7\}$; a) $E \cup F = \{0, 1, 2, 3, 4, 7\}$; b) $E \cap F = \{1, 4\}$; c) $E \setminus F = \{0, 2, 3\}$; d) $F \setminus E = \{7\}$.

Exercitii și probleme de dificultate minimă

1. Enumerați elementele următoarelor multimi:

a) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 4\} = \dots$; b) $B = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 7\} = \dots$

c) $C = \{n \in \mathbb{N} \mid 0 \leq n < 3\} = \dots$; d) $D = \{n \in \mathbb{N} \mid 2 \leq n \leq 5\} = \dots$

2. Enumerați elementele următoarelor multimi și precizați cardinalul acestora:

a) $A = \{x \mid x \text{ este literă a cuvântului „geometria”}\} = \dots$;

b) $B = \{y \mid y \text{ este cifră a numărului „}701233048\text{”}\} = \dots$

3. Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora:

a) $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 2\} = \dots$; b) $F = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 4\} = \dots$

4. Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora:

a) $A = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{n}{5} \text{ este fracție subunitară} \right\} = \dots$;

b) $B = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{5}{n} \text{ este fracție supraunitară} \right\} = \dots$

5. Se consideră mulțimile $E = \{x \mid x \text{ este literă a cuvântului „tetraedru”}\}$ și $F = \{y \mid y \text{ este literă a cuvântului „cilindru”}\}$. Efectuați:

a) $E \cup F$;

b) $E \cap F$;

c) $E \setminus F$;

d) $F \setminus E$.

6. Efectuați $C \cup D$, $C \cap D$, $C \setminus D$ și $D \setminus C$ în următoarele cazuri:

$$\text{a) } C = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n \leq 5\} \text{ si } D = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| < 3\};$$

$$\text{b) } C = \{n \in \mathbb{N} \mid n < 4\} \text{ si } D = \{m \in \mathbb{Z}^* \mid |m| \leq 3\}.$$

b

7. Știind că \mathcal{D}_n este mulțimea divizorilor naturali ai lui n , efectuați:

- a) $\mathcal{D}_6 \cup \mathcal{D}_9$; b) $\mathcal{D}_6 \cap \mathcal{D}_9$; c) $\mathcal{D}_6 \setminus \mathcal{D}_9$; d) $\mathcal{D}_9 \setminus \mathcal{D}_6$.

Exercitii si probleme de dificultate medie

8. Se consideră multimile $A = \{m \in \mathbb{N} \mid 1 \leq m < 4\}$ și $B = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 3\}$. Efectuați:

- a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$; e) $A \times B$; f) $B \times A$.

9. Arătați că $A = B$ în următoarele cazuri:

- $$\text{a) } A = \{m \in \mathbb{N} \mid m \leq 7\} \text{ și } B = \{n \in \mathbb{N} \mid n = 7 - m, m \in A\};$$

- $$\text{b) } A = \{m \in \mathbb{N}^* \mid m < 6\} \text{ și } B = \{n \in \mathbb{N} \mid n = 6 - m, m \in A\}.$$

- 10.** Se consideră mulțimile $E = \{\overline{ab}, a \neq 0 \mid \overline{ab} : 15\}$ și $F = \{\overline{cd}, c \neq 0 \mid \overline{cd} : 25\}$. Efectuați:

- a) $E \cup F$; b) $E \cap F$; c) $E \setminus F$; d) $F \setminus E$

- 11.** Se consideră mulțimile $A = \{x \mid \overline{173x8} < \overline{17xx8}\}$ și $B = \{y \mid \overline{51yy3} < \overline{51y63}\}$. Arătați că $B \subset A$.

- 12.** Scrieți submulțimile următoarelor mulțimi:

- $$\text{a) } E = \left\{ x \mid \overline{807x} \div 4 \right\}; \quad \text{b) } F = \left\{ y \mid \overline{14y5} \div 3 \right\}.$$

- 13.** Se consideră mulțimile $A = \{ \overline{ab}, a \neq 0, a \neq b \mid \overline{ab} = 2k, k \in \mathbb{N}^* \}$ și $B = \{ \overline{cd}, c \neq 0, c \neq d \mid \overline{cd} = 2k + 1, k \in \mathbb{N}^* \}$. Determinați $\text{card } A \times B$.

- 14.** Se consideră mulțimile $C = \{n \in \mathbb{N} \mid 2^{n+4} < 8^3\}$ și $D = \{n \in \mathbb{N} \mid 3^{n+1} < 9^2\}$. Arătați că $C = D$.

- 15.** Se consideră mulțimile $E = \{ \overline{ab}, a \neq 0 \mid (\overline{ab}; 60) = 15 \}$ și $F = \{ \overline{cd}, c \neq 0 \mid (75; \overline{cd}) = 15 \}$. Efectuați:

- 16.** Se consideră mulțimile $A = \{ \overline{xy}, x \neq 0 \mid [\overline{xy}; 48] = 144 \}$ și $B = \{ \overline{zt}, z \neq 0 \mid [60; \overline{zt}] = 180 \}$. Efectuați:

- a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$

- 17.** Se consideră mulțimile $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 5^n < 2^{n+3}\}$ și $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 5^n < 3^{n+1}\}$. Arătați că $A = B$.

- 18.** Se consideră multimea $A = \left\{ \frac{\overline{ab}}{\overline{aa}}, a \neq 0, b \neq 0 \mid \frac{\overline{ab}}{\overline{aa}} = \frac{4}{3} \right\}$. Câte submultimi are multimea A ?

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Se consideră mulțimile:

$$A = \left\{ \overline{ab}, a \neq 0, b \neq 0 \mid \overline{ab} = \frac{\overline{aa} + \overline{bb}}{2} \right\} \text{ și } B = \left\{ \overline{ab}, a \neq 0, b \neq 0 \mid \overline{ab} = \sqrt{\overline{aa} \cdot \overline{bb}} \right\}.$$

Arătați că $A = B$.

20. Determinați mulțimea $A = \left\{ \overline{abcd} \mid \sqrt{\overline{abcd}} + \sqrt{\overline{bcd}} + \sqrt{\overline{cd}} = 105, a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0 \right\}$.

(I. Tudor, Gazeta Matematică nr. 7/2007)

Ce notă merit?

Test de evaluare stadală

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora:

a) $A = \{m \in \mathbb{N} \mid m < 6\};$ b) $B = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \leq 4\}.$

(3p) 2. Se consideră mulțimile $E = \{x \mid \overline{71x} : 5\}$ și $F = \{y \mid \overline{8y5} : 3\}$. Efectuați:

a) $E \cup F;$ b) $E \cap F;$ c) $E \setminus F;$ d) $F \setminus E;$ e) $E \times F;$ f) $F \times E.$

(3p) 3. Se consideră mulțimea $A = \{n \mid 3^n < 2^{n+2}\}$. Câte submulțimi are mulțimea A ?

Lecția 2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor



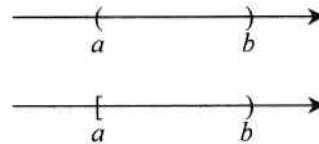
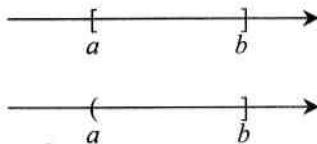
Citesc și rețin

Definiții:

Fie a și b două numere reale, cu $a < b$. Definim:

- $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ (**interval închis** de extremități a și b);
- $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ (**interval deschis** de extremități a și b);
- $(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$ (**interval deschis la stânga și închis la dreapta** de extremități a și b);
- $[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ (**interval închis la stânga și deschis la dreapta** de extremități a și b).

Intervalele de tipul: $[a; b]$, $(a; b)$, $(a; b]$, $[a; b)$ se numesc **intervale mărginite** și au ca reprezentare geometrică un segment, ca în figurile următoare:



Definiții:

Fie a un număr real. Definim:

Respec• $[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$ (interval **închis la stânga și nemărginit la dreapta**);

• $(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$ (interval **deschis la stânga și nemărginit la dreapta**);

• $(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$ (interval **nemărginit la stânga și închis la dreapta**);

• $(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$ (interval **nemărginit la stânga și deschis la dreapta**).

Intervalurile de tipul: $[a; +\infty)$, $(a; +\infty)$, $(-\infty; a]$, $(-\infty; a)$ se numesc **intervale nemărginite** și au ca reprezentare geometrică o semidreaptă, ca în figurile următoare:



Conform definiției modulului, pentru $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ avem:

- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq a\} = [-a; a];$
- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| < a\} = (-a; a);$
- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq a\} = (-\infty; -a] \cup [a; +\infty);$
- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| > a\} = (-\infty; -a) \cup (a; +\infty).$



Cum se aplică?

1. Scrieți sub formă de intervale mulțimile:

- | | |
|---|---|
| a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 1\};$ | b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2013\};$ |
| c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 4\};$ | d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}.$ |

Soluție:

- a) $A = [-1; 1);$ b) $B = (-\infty; -2013);$ c) $C = [-4; 4];$ d) $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty).$

2. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- | | |
|---|---|
| a) $-7 \in [-7; 1);$ | b) $6 \in (-2; 6);$ |
| c) $\{-\sqrt{5}, 8\} \subset [-\sqrt{5}; 9);$ | d) $\{-1, \sqrt{2}\} \subset (-1; \sqrt{2}).$ |

Soluție:

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| a) A; | b) F; | c) A; | d) F. |
|-------|-------|-------|-------|

3. Scrieți sub formă de interval de numere reale mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 5\sqrt{3}\}$ și arătați că $-6\sqrt{2} \in A$.

Soluție:

$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 5\sqrt{3}\} = [-5\sqrt{3}; 5\sqrt{3}]$. Observăm că $-5\sqrt{3} = -\sqrt{75}$ și $-6\sqrt{2} = -\sqrt{72}$, deci $-5\sqrt{3} < -6\sqrt{2}$, prin urmare $-5\sqrt{3} < -6\sqrt{2} < 5\sqrt{3}$, de unde rezultă că $-6\sqrt{2} \in A$.

Exerciții și probleme de dificultate minimă
1. Citiți următoarele propoziții:

- a) $(-1; 8)$; b) $[0; 7]$; c) $(2; 9]$; d) $[-6; 7)$;
 e) $(-\infty; 4)$; f) $(-\infty; \sqrt{2}]$; g) $(\sqrt{7}; +\infty)$; h) $[5; +\infty)$.

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $(-4; 5) = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x < 5\}$; b) $[-7; 2] = \{x \in \mathbb{R} \mid -7 \leq x \leq 2\}$;
 c) $[-3; 8) = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 8\}$; d) $(-6; 9] = \{x \in \mathbb{R} \mid -6 < x \leq 9\}$.

3. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $(-\infty; 13] = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 13\}$; b) $(-1; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1\}$;
 c) $(-\infty; -\sqrt{3}) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -\sqrt{3}\}$; d) $[-\sqrt{6}; +\infty) = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq -\sqrt{6}\}$.

4. Scrieți sub formă de intervale mulțimile:

- a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 4\} = \dots$; b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{2} \leq x \leq 9\} = \dots$;
 c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x < 6\} = \dots$; d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq \sqrt{3}\} = \dots$

5. Scrieți sub formă de intervale mulțimile:

- a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -17\} = \dots$; b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -23\} = \dots$;
 c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5\sqrt{2}\} = \dots$; d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\sqrt{7}\} = \dots$

6. Scrieți sub formă de intervale mulțimile:

- a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 15\} = \dots$; b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq -4\} = \dots$;
 c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 31\} = \dots$; d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 0\} = \dots$

7. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $-2 \in [-2; 7]$; b) $3 \in (-8; 3)$; c) $-1 \notin (-1; 9]$;
 d) $5 \notin [-6; 5]$; e) $0 \in (-3; 0)$; f) $-4 \in (-4; 7]$.

8. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\{-3, 5\} \subset [-3; 5]$; b) $\{-4, 3\} \subset (-4; 3)$;
 c) $\{-7, 2\} \subset [-7; 2]$; d) $\{-6, 8\} \subset (-6; 8)$.

9. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $15 \in [10; 25]$; b) $23 \in [19; 22]$; c) $-8 \in (-9; 7]$; d) $-5 \notin (-4; 0)$;
 e) $\sqrt{2} \in (-1; 2]$; f) $\sqrt{3} \notin (-3; 1)$; g) $\sqrt{5} \in [-1; 2]$; h) $\sqrt{7} \in [-3; 3]$.

10. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\frac{4}{3} \in \left[\frac{2}{3}; \frac{8}{3} \right]$; b) $\frac{5}{3} \in \left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3} \right)$; c) $\frac{1}{3} \in \left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3} \right]$.

11. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\frac{7}{3} \in \left(\frac{7}{8}; \frac{7}{4} \right)$; b) $\frac{7}{9} \in \left[\frac{7}{8}; \frac{7}{4} \right)$; c) $\frac{7}{5} \in \left[\frac{7}{8}; \frac{7}{4} \right]$.

12. Completați spațiile punctate cu trei elemente din intervalul $[-2; 2)$, care să aparțină mulțimii:

Respectiv pentru oameni și cărți a) \mathbb{Z} ; b) \mathbb{I} ; c) \mathbb{Q}

13. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții. Intervalul $(-3; 4)$ conține o infinitate de elemente care aparțin mulțimii:

a) \mathbb{N} ; b) \mathbb{Z} ; c) \mathbb{Q} ; d) \mathbb{I} ; e) \mathbb{R} .

14. i) Completați spațiile punctate cu cel mai mare număr natural din intervalele:

a) $[-9; 5)$; b) $(-3; 8]$; c) $[-6; 4]$; d) $(-6; 9)$

ii) Completați spațiile punctate cu cel mai mic număr întreg din intervalele:

a) $(-8; -1)$; b) $[-5; 0]$; c) $(-9; -4)$; d) $[-3; 7)$

15. i) Completați spațiile punctate cu cel mai mare număr întreg care nu aparține intervalului:

a) $[52; +\infty)$; b) $(87; +\infty)$; c) $(-4; +\infty)$; d) $[-6; +\infty)$

ii) Completați spațiile punctate cu cel mai mic număr întreg care nu aparține intervalului:

a) $(-\infty; 35)$; b) $(-\infty; 27]$; c) $(-\infty; -8)$; d) $(-\infty; -5)$

Exerciții și probleme de dificultate medie

16. i) Calculați produsul dintre cel mai mic și cel mai mare număr întreg din intervalele:

a) $[-8; -2)$; b) $[-5; -3)$; c) $(-7; -4)$; d) $(-9; -6)$.

ii) Calculați suma dintre cel mai mic și cel mai mare număr întreg din intervalele:

a) $[-7; -2)$; b) $(-9; -3)$; c) $[-7; -5]$; d) $(-8; -1)$.

17. Arătați că:

a) $2\sqrt{5} \in (3\sqrt{2}; 2\sqrt{7})$; b) $3\sqrt{3} \in [2\sqrt{5}; 4\sqrt{2})$; c) $6\sqrt{2} \in (5\sqrt{3}; 4\sqrt{5}]$.

18. Arătați că:

a) $2^{23} \in (4^{11}; 16^6)$; b) $3^{19} \in (27^6; 9^{10})$; c) $5^{10} \in (2^{20}; 3^{15})$; d) $3^{45} \in (5^{30}; 2^{75})$.

19. Arătați că suma fracțiilor ordinare cu numitorul 3 care aparțin intervalului $[2; 4)$ este un număr natural.

20. Calculați suma fracțiilor ordinare cu numărătorul 2 care aparțin intervalului $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$.

21. Determinați numărul natural n pentru care următoarele propoziții sunt adevărate:

a) $2^{13} \cdot 5^8 \in (10^n; 10^{n+1})$; b) $2^{11} \cdot 5^{14} \in (10^n; 10^{n+1})$; c) $2^{16} \cdot 5^9 \in (10^n; 10^{n+1})$.

22. Arătați că:

a) $\sqrt{(x+5)^2} + \sqrt{(x-3)^2} = 8$, pentru $x \in [-5; 3]$;

b) $\sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{(x-7)^2} = 9$, pentru $x \in [-2; 7]$.

23. Arătați că:

a) $3\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{4}{1 \cdot 3} + \frac{4}{3 \cdot 5} + \frac{4}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{4}{43 \cdot 45} \right) \in (7; 8)$;

b) $1\frac{1}{5} : \left(\frac{2}{1 \cdot 4} + \frac{2}{4 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{2}{52 \cdot 55} \right) \in (1; 2)$.

24. Știind că x și y sunt două numere reale pozitive, arătați că $\sqrt{xy} \in \left[\frac{2xy}{x+y}; \frac{x+y}{2} \right]$.

25. Se consideră numărul $a = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că $a \in (0; 1)$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

26. Se consideră numărul $a = \left(\frac{1}{1}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{n}\right)^2$, $n > 1$. Arătați că $a \in \left[\frac{5}{4}; \frac{7}{4}\right)$.

27. Arătați că $2^{75} \in (10^{22}; 10^{23})$ și precizați câte cifre are numărul natural 2^{75} .

Ce notă merit?

Test de evaluare stadală

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Scrieți sub formă de intervale de numere reale mulțimile:

- a) $E = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 1\}$; b) $F = \{x \in \mathbb{R} \mid -8 < x < 2\}$;
 c) $G = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2019\}$.

(3p) 2. Scrieți sub formă de interval de numere reale multimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 11\}$ și determinați cel mai mare număr $p \in \mathbb{N}$ pentru care $[-p; p] \subset A$.

(3p) 3. Arătați că suma fracțiilor ordinare cu numărătorul 7 care aparțin intervalului $(1; 3)$ este un număr natural.

Lecția 3. Operații cu intervale de numere reale



Citesc și rețin

Deoarece intervalele de numere reale sunt mulțimi de numere reale înseamnă că se poate defini **reuniunea, intersecția și diferența** acestora.

Reuniunea intervalelor

Reuniunea intervalelor A și B este intervalul notat $A \cup B$, care conține acele elemente care aparțin cel puțin uneia dintre intervalele A și B .

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$$

