Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

• Modalităţi de lucru diferenţiate
• Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

8

Ediţia a IV-a, revizuită

ÎNVĂȚARE DE INIȚIERE ®
susținere, remediere

Editura Paralela 45

Cuprins

ALGEBRĂ

Capitolul I

INTERVALE DE NUMERE REALE. INECUAȚII ÎN ℝ

Lecția 1. Mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor

Citesc şi reţin

În clasa a VI-a, la capitolul „Mulţimi. Mulţimea numerelor naturale" am învăţat că o mulţime poate fi definită printr-o proprietate a elementelor acesteia.

Exemplu: $A = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 5\}$. Citim „Mulţimea A este formată din numerele naturale nenule n cu proprietatea $n < 5$".

Cum se aplică?

1. Enumeraţi elementele mulţimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 35 \vdots x\}$ şi precizaţi cardinalul acesteia.

Soluție:

Divizorii întregi ai lui 35 sunt $\pm 1, \pm 5, \pm 7, \pm 35$, prin urmare $A = \{-35, -7, -5, -1, 1, 5, 7, 35\}$ şi card $A = 8$.

2. Scrieţi mulţimea $P = \{2, 3, 5, 7\}$, folosind o proprietate a elementelor acesteia.

Soluție:

Observăm că elementele mulţimii P sunt numerele naturale prime de o cifră, prin urmare mulţimea P se scrie $P = \{n \in \mathbb{N} \mid n$ este număr prim de o cifră$\}$.

3. Se consideră mulţimile $E = \{n \in \mathbb{N} \mid 2^n < 5^2\}$ şi $F = \{a \mid \overline{6a2} \vdots 3\}$. Efectuaţi:

a) $E \cup F$; b) $E \cap F$; c) $E \setminus F$; d) $F \setminus E$.

Soluție:

Mai întâi enumerăm elementele mulţimilor E şi F. Elementele mulţimii E îndeplinesc condiţia $2^n < 5^2$ sau $2^n < 25$, prin urmare $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Elementele mulţimii F îndeplinesc condiţia $\overline{6a2} \vdots 3$, deci $3 \mid 6 + a + 2$ sau $3 \mid 8 + a$, de unde rezultă că $F = \{1, 4, 7\}$; a) $E \cup F = \{0, 1, 2, 3, 4, 7\}$; b) $E \cap F = \{1, 4\}$; c) $E \setminus F = \{0, 2, 3\}$; d) $F \setminus E = \{7\}$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Enumerați elementele următoarelor mulțimi:

a) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 4\} =$ ....; b) $B = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 7\} =$ ....;

c) $C = \{n \in \mathbb{N} \mid 0 \leq n < 3\} =$ ....; d) $D = \{n \in \mathbb{N} \mid 2 \leq n \leq 5\} =$ ....

2. Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora:

a) $A = \{x \mid x$ este literă a cuvântului „geometria"$\} =$ ....;

b) $B = \{y \mid y$ este cifră a numărului „701233048"$\} =$ ....

3. Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora:

a) $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 2\} =$ ....; b) $F = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 4\} =$ ....

4. Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora:

a) $A = \left\{n \in \mathbb{N} \,\middle|\, \dfrac{n}{5} \text{ este fracție subunitară}\right\} =$ ....;

b) $B = \left\{n \in \mathbb{N} \,\middle|\, \dfrac{5}{n} \text{ este fracție supraunitară}\right\} =$ ....

5. Se consideră mulțimile $E = \{x \mid x$ este literă a cuvântului „tetraedru"$\}$ și $F = \{y \mid y$ este literă a cuvântului „cilindru"$\}$. Efectuați:

a) $E \cup F$; b) $E \cap F$; c) $E \setminus F$; d) $F \setminus E$.

6. Efectuați $C \cup D$, $C \cap D$, $C \setminus D$ și $D \setminus C$ în următoarele cazuri:

a) $C = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n \leq 5\}$ și $D = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| < 3\}$;

b) $C = \{n \in \mathbb{N} \mid n < 4\}$ și $D = \{m \in \mathbb{Z}^* \mid |m| \leq 3\}$.

b)

7. Știind că $\mathcal{D}_n$ este mulțimea divizorilor naturali ai lui n, efectuați:

a) $\mathcal{D}_6 \cup \mathcal{D}_9$; b) $\mathcal{D}_6 \cap \mathcal{D}_9$; c) $\mathcal{D}_6 \setminus \mathcal{D}_9$; d) $\mathcal{D}_9 \setminus \mathcal{D}_6$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

8. Se consideră mulțimile $A = \{m \in \mathbb{N} \mid 1 \leq m < 4\}$ și $B = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 3\}$. Efectuați:

a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$; e) $A \times B$; f) $B \times A$.

9. Arătați că $A = B$ în următoarele cazuri:

a) $A = \{m \in \mathbb{N} \mid m \leq 7\}$ și $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n = 7 - m, m \in A\}$;

b) $A = \{m \in \mathbb{N}^* \mid m < 6\}$ și $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n = 6 - m, m \in A\}$.

10. Se consideră mulțimile $E = \{\overline{ab}, a \neq 0 \mid \overline{ab} \,\vdots\, 15\}$ și $F = \{\overline{cd}, c \neq 0 \mid \overline{cd} \,\vdots\, 25\}$. Efectuați:

a) $E \cup F$; b) $E \cap F$; c) $E \setminus F$; d) $F \setminus E$.

11. Se consideră mulțimile $A = \left\{x \mid \overline{173x8} < \overline{17xx8}\right\}$ și $B = \left\{y \mid \overline{51yy3} < \overline{51y63}\right\}$. Arătați că $B \subset A$.

12. Scrieți submulțimile următoarelor mulțimi:

a) $E = \left\{x \mid \overline{807x} \,\vdots\, 4\right\}$; b) $F = \left\{y \mid \overline{14y5} \,\vdots\, 3\right\}$.

13. Se consideră mulțimile $A = \{\overline{ab}, a \neq 0, a \neq b \mid \overline{ab} = 2k, k \in \mathbb{N}^*\}$ și $B = \{\overline{cd}, c \neq 0, c \neq d \mid \overline{cd} = 2k + 1, k \in \mathbb{N}^*\}$. Determinați card $A \times B$.

14. Se consideră mulțimile $C = \{n \in \mathbb{N} \mid 2^{n+4} < 8^3\}$ și $D = \{n \in \mathbb{N} \mid 3^{n+1} < 9^2\}$. Arătați că $C = D$.

15. Se consideră mulțimile $E = \{\overline{ab}, a \neq 0 \mid (\overline{ab}; 60) = 15\}$ și $F = \{\overline{cd}, c \neq 0 \mid (75; \overline{cd}) = 15\}$. Efectuați:

a) $E \cup F$; b) $E \cap F$; c) $E \setminus F$; d) $F \setminus E$.

16. Se consideră mulțimile $A = \{\overline{xy}, x \neq 0 \mid [\overline{xy}; 48] = 144\}$ și $B = \{\overline{zt}, z \neq 0 \mid [60; \overline{zt}] = 180\}$. Efectuați:

a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$.

17. Se consideră mulțimile $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 5^n < 2^{n+3}\}$ și $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 5^n < 3^{n+1}\}$. Arătați că $A = B$.

18. Se consideră mulțimea $A = \left\{\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}}, a \neq 0, b \neq 0 \,\middle|\, \frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \frac{4}{7}\right\}$. Câte submulțimi are mulțimea A?

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

19. Se consideră mulţimile:

$$A=\left\{\overline{ab},\ a\neq 0,\ b\neq 0\ \middle|\ \overline{ab}=\frac{\overline{aa}+\overline{bb}}{2}\right\} \text{ şi } B=\left\{\overline{ab},\ a\neq 0,\ b\neq 0\ \middle|\ \overline{ab}=\sqrt{\overline{aa}\cdot\overline{bb}}\right\}.$$

Arătaţi că $A=B$.

20. Determinaţi mulţimea $A=\left\{\overline{abcd}\ \middle|\ \sqrt{\overline{abcd}}+\sqrt{\overline{bcd}}+\sqrt{\overline{cd}}=105,\ a\neq 0,\ b\neq 0,\ c\neq 0\right\}$.

(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 7/2007)

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Enumeraţi elementele următoarelor mulţimi şi precizaţi cardinalul acestora:
a) $A=\{m\in\mathbb{N}\mid m<6\}$; b) $B=\{n\in\mathbb{Z}\mid n\leq 4\}$.

(3p) **2.** Se consideră mulţimile $E=\left\{x\mid\overline{71x}\ \vdots\ 5\right\}$ şi $F=\left\{y\mid\overline{8y5}\ \vdots\ 3\right\}$. Efectuaţi:
a) $E\cup F$; b) $E\cap F$; c) $E\setminus F$; d) $F\setminus E$; e) $E\times F$; f) $F\times E$.

(3p) **3.** Se consideră mulţimea $A=\{n\mid 3^n<2^{n+2}\}$. Câte submulţimi are mulţimea A?

Lecţia 2. Intervale numerice şi reprezentarea lor pe axa numerelor

Citesc şi reţin

Definiţii:

Fie a şi b două numere reale, cu $a<b$. Definim:

- $[a;\ b]=\{x\in\mathbb{R}\mid a\leq x\leq b\}$ (**interval închis** de extremităţi a şi b);
- $(a;\ b)=\{x\in\mathbb{R}\mid a<x<b\}$ (**interval deschis** de extremităţi a şi b);
- $(a;\ b]=\{x\in\mathbb{R}\mid a<x\leq b\}$ (**interval deschis la stânga şi închis la dreapta** de extremităţi a şi b);
- $[a;\ b)=\{x\in\mathbb{R}\mid a\leq x<b\}$ (**interval închis la stânga şi deschis la dreapta** de extremităţi a şi b).

Intervalele de tipul: $[a;\ b]$, $(a;\ b)$, $(a;\ b]$, $[a;\ b)$ se numesc intervale **mărginite** şi au ca reprezentare geometrică un segment, ca în figurile următoare:

Definiţii:

Fie a un număr real. Definim:

- $[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$ (interval **închis la stânga** şi **nemărginit la dreapta**);
- $(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$ (interval **deschis la stânga** şi **nemărginit la dreapta**);
- $(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$ (interval **nemărginit la stânga** şi **închis la dreapta**);
- $(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$ (interval **nemărginit la stânga** şi **deschis la dreapta**).

Intervalele de tipul: $[a; +\infty)$, $(a; +\infty)$, $(-\infty; a]$, $(-\infty; a)$ se numesc intervale **nemărginite** şi au ca reprezentare geometrică o semidreaptă, ca în figurile următoare:

Conform definiţiei modulului, pentru $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ avem:

- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq a\} = [-a; a]$;
- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| < a\} = (-a; a)$;
- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq a\} = (-\infty; -a] \cup [a; +\infty)$;
- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| > a\} = (-\infty; -a) \cup (a; +\infty)$.

Cum se aplică?

1. Scrieţi sub formă de intervale mulţimile:

a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 1\}$;
b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2013\}$;
c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 4\}$;
d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| > 2\}$.

Soluţie:

a) $A = [-1; 1)$; b) $B = (-\infty; -2013)$; c) $C = [-4; 4]$; d) $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

2. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) $-7 \in [-7; 1)$;
b) $6 \in (-2; 6)$;
c) $\left\{-\sqrt{5}, 8\right\} \subset \left[-\sqrt{5}; 9\right)$;
d) $\left\{-1, \sqrt{2}\right\} \subset \left(-1; \sqrt{2}\right]$.

Soluţie:

a) A; b) F; c) A; d) F.

3. Scrieţi sub formă de interval de numere reale mulţimea $A = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| |x| \leq 5\sqrt{3}\right\}$ şi arătaţi că $-6\sqrt{2} \in A$.

Soluţie:

$A = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| |x| \leq 5\sqrt{3}\right\} = \left[-5\sqrt{3}; 5\sqrt{3}\right]$. Observăm că $-5\sqrt{3} = -\sqrt{75}$ şi $-6\sqrt{2} = -\sqrt{72}$, deci $-5\sqrt{3} < -6\sqrt{2}$, prin urmare $-5\sqrt{3} < -6\sqrt{2} < 5\sqrt{3}$, de unde rezultă că $-6\sqrt{2} \in A$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți următoarele propoziții:

a) $(-1; 8)$; b) $[0; 7]$; c) $(2; 9]$; d) $[-6; 7)$;
e) $(-\infty; 4)$; f) $(-\infty; \sqrt{2}]$; g) $(\sqrt{7}; +\infty)$; h) $[5; +\infty)$.

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $(-4;\ 5) = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x < 5\}$; ☐ b) $[-7;\ 2] = \{x \in \mathbb{R} \mid -7 \leq x \leq 2\}$; ☐
c) $[-3;\ 8) = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 8\}$; ☐ d) $(-6;\ 9] = \{x \in \mathbb{R} \mid -6 < x \leq 9\}$. ☐

3. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $(-\infty; 13] = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 13\}$; ☐ b) $(-1; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1\}$; ☐
c) $(-\infty; -\sqrt{3}) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -\sqrt{3}\}$; ☐ d) $[-\sqrt{6}; +\infty) = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq -\sqrt{6}\}$. ☐

4. Scrieți sub formă de intervale mulțimile:

a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 4\} =$ ....; b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{2} \leq x \leq 9\} =$ ....;
c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x < 6\} =$ ....; d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq \sqrt{3}\} =$ ....

5. Scrieți sub formă de intervale mulțimile:

a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -17\} =$ ....; b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -23\} =$ ....;
c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5\sqrt{2}\} =$ ....; d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\sqrt{7}\} =$ ....

6. Scrieți sub formă de intervale mulțimile:

a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 15\} =$ ....; b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq -4\} =$ ....;
c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 31\} =$ ....; d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 0\} =$ ....

7. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $-2 \in [-2; 7)$; ☐ b) $3 \in (-8; 3)$; ☐ c) $-1 \notin (-1; 9]$; ☐
d) $5 \notin [-6; 5]$; ☐ e) $0 \in (-3; 0]$; ☐ f) $-4 \in (-4; 7]$. ☐

8. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $\{-3, 5\} \subset [-3; 5]$; ☐ b) $\{-4, 3\} \subset (-4; 3)$; ☐
c) $\{-7, 2\} \subset [-7; 2)$; ☐ d) $\{-6, 8\} \subset (-6; 8]$. ☐

9. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $15 \in [10; 25)$; ☐ b) $23 \in [19; 22]$; ☐ c) $-8 \in (-9; 7]$; ☐ d) $-5 \notin (-4; 0)$; ☐
e) $\sqrt{2} \in (-1; 2]$; ☐ f) $\sqrt{3} \notin (-3; 1)$; ☐ g) $\sqrt{5} \in [-1; 2]$; ☐ h) $\sqrt{7} \in [-3; 3]$. ☐

10. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $\frac{4}{3} \in \left[\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right]$; ☐ b) $\frac{5}{3} \in \left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right)$; ☐ c) $\frac{1}{3} \in \left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right]$. ☐

11. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $\frac{7}{3} \in \left(\frac{7}{8}; \frac{7}{4}\right)$; ☐ b) $\frac{7}{9} \in \left[\frac{7}{8}; \frac{7}{4}\right)$; ☐ c) $\frac{7}{5} \in \left[\frac{7}{8}; \frac{7}{4}\right]$. ☐

12. Completați spațiile punctate cu trei elemente din intervalul $[-2; 2)$, care să aparțină mulțimii:

a) $\mathbb{Z}$; .... b) $\mathbb{I}$; .... c) $\mathbb{Q}$. ....

13. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții. Intervalul $(-3; 4)$ conține o infinitate de elemente care aparțin mulțimii:

a) $\mathbb{N}$; ☐ b) $\mathbb{Z}$; ☐ c) $\mathbb{Q}$; ☐ d) $\mathbb{I}$; ☐ e) $\mathbb{R}$. ☐

14. i) Completați spațiile punctate cu cel mai mare număr natural din intervalele:

a) $[-9; 5)$; .... b) $(-3; 8]$; .... c) $[-6; 4]$; .... d) $(-6; 9)$. ....

ii) Completați spațiile punctate cu cel mai mic număr întreg din intervalele:

a) $(-8; -1)$; .... b) $[-5; 0]$; .... c) $(-9; -4]$; .... d) $[-3; 7)$. ....

15. i) Completați spațiile punctate cu cel mai mare număr întreg care nu aparține intervalului:

a) $[52; +\infty)$; .... b) $(87; +\infty)$; .... c) $(-4; +\infty)$; .... d) $[-6; +\infty)$. ....

ii) Completați spațiile punctate cu cel mai mic număr întreg care nu aparține intervalului:

a) $(-\infty; 35)$; .... b) $(-\infty; 27]$; .... c) $(-\infty; -8]$; .... d) $(-\infty; -5)$. ....

Exerciții și probleme de dificultate medie

16. i) Calculați produsul dintre cel mai mic și cel mai mare număr întreg din intervalele:

a) $[-8; -2]$; b) $[-5; -3)$; c) $(-7; -4]$; d) $(-9; -6)$.

ii) Calculați suma dintre cel mai mic și cel mai mare număr întreg din intervalele:

a) $[-7; -2)$; b) $(-9; -3]$; c) $[-7; -5]$; d) $(-8; -1)$.

17. Arătați că:

a) $2\sqrt{5} \in \left(3\sqrt{2}; 2\sqrt{7}\right)$; b) $3\sqrt{3} \in \left[2\sqrt{5}; 4\sqrt{2}\right)$; c) $6\sqrt{2} \in \left(5\sqrt{3}; 4\sqrt{5}\right]$.

18. Arătați că:

a) $2^{23} \in (4^{11}; 16^{6})$; b) $3^{19} \in (27^{6}; 9^{10})$; c) $5^{10} \in (2^{20}; 3^{15})$; d) $3^{45} \in (5^{30}; 2^{75})$.

19. Arătați că suma fracțiilor ordinare cu numitorul 3 care aparțin intervalului $[2; 4)$ este un număr natural.

20. Calculați suma fracțiilor ordinare cu numărătorul 2 care aparțin intervalului $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$.

21. Determninați numărul natural n pentru care următoarele propoziții sunt adevărate:

a) $2^{13} \cdot 5^{8} \in (10^{n}; 10^{n+1})$; b) $2^{11} \cdot 5^{14} \in (10^{n}; 10^{n+1})$; c) $2^{16} \cdot 5^{9} \in (10^{n}; 10^{n+1})$.

22. Arătați că:

a) $\sqrt{(x+5)^2} + \sqrt{(x-3)^2} = 8$, pentru $x \in [-5; 3]$;

b) $\sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{(x-7)^2} = 9$, pentru $x \in [-2; 7]$.

23. Arătați că:

a) $3\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{4}{1\cdot 3} + \frac{4}{3\cdot 5} + \frac{4}{5\cdot 7} + \ldots + \frac{4}{43\cdot 45}\right) \in (7; 8)$;

b) $1\frac{1}{5}:\left(\frac{2}{1\cdot 4}+\frac{2}{4\cdot 7}+\frac{2}{7\cdot 10}+\ldots+\frac{2}{52\cdot 55}\right)\in(1;2)$.

24. Știind că x și y sunt două numere reale pozitive, arătați că $\sqrt{xy}\in\left[\frac{2xy}{x+y};\frac{x+y}{2}\right]$.

25. Se consideră numărul $a=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\ldots+\left(\frac{1}{2}\right)^n$, $n\in\mathbb{N}^*$. Arătați că $a\in(0;1)$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

26. Se consideră numărul $a=\left(\frac{1}{1}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2+\ldots+\left(\frac{1}{n}\right)^2$, $n>1$. Arătați că $a\in\left[\frac{5}{4};\frac{7}{4}\right)$.

27. Arătați că $2^{75}\in(10^{22};10^{23})$ și precizați câte cifre are numărul natural 2^{75}.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Scrieți sub formă de intervale de numere reale mulțimile:

a) $E=\{x\in\mathbb{R}\mid -3\le x\le 1\}$; b) $F=\{x\in\mathbb{R}\mid -8<x<2\}$;

c) $G=\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge -2019\}$.

(3p) **2.** Scrieți sub formă de interval de numere reale mulțimea $A=\{x\in\mathbb{R}\mid |x|<11\}$ și determinați cel mai mare număr $p\in\mathbb{N}$ pentru care $[-p;p]\subset A$.

(3p) **3.** Arătați că suma fracțiilor ordinare cu numărătorul 7 care aparțin intervalului $(1;3)$ este un număr natural.

Lecția 3. Operații cu intervale de numere reale

Citesc și rețin

Deoarece intervalele de numere reale sunt mulțimi de numere reale înseamnă că se poate defini **reuniunea**, **intersecția** și **diferența** acestora.

Reuniunea intervalelor

Reuniunea intervalelor A și B este intervalul notat $A\cup B$, care conține acele elemente care aparțin cel puțin unuia dintre intervalele A și B.

$$A\cup B=\{x\mid x\in A \text{ sau } x\in B\}$$